

TP Calorimétrie

II – Travail préparatoire

1. Les températures initiales et finales pour chaque sous système sont détaillées dans le tableau suivant :

Sous-système	Température initiale	Température finale
(calorimètre)	T_1	$T_f = \frac{T_1(C_{p,eau} + C) + T_2 \cdot C_{p,eau}}{C_{p,eau} + C_{p,eau} + C}$
1 (eau)	T_1	$T_f = \frac{T_1(C_{p,eau} + C) + T_2 \cdot C_{p,eau}}{C_{p,eau} + C_{p,eau} + C}$
2 (eau)	T_2	$T_f = \frac{T_1(C_{p,eau} + C) + T_2 \cdot C_{p,eau}}{C_{p,eau} + C_{p,eau} + C}$

On obtient l'expression de la température finale de chacun des sous-systèmes selon :

$$\begin{aligned} \Delta H &= \sum_i \Delta H_i = \sum_i C_{p,i} (T_{f,i} - T_{0,i}) = 0 \\ \Rightarrow C_{p,eau} (T_f - T_1) + C_{p,eau} (T_f - T_2) + C (T_f - T_1) &= 0 \\ \Rightarrow T_f (C_{p,eau} + C_{p,eau} + C) - T_1 (C_{p,eau} + C) - T_2 \cdot C_{p,eau} &= 0 \\ \Rightarrow T_f (C_{p,eau} + C_{p,eau} + C) &= T_1 (C_{p,eau} + C) + T_2 \cdot C_{p,eau} \\ \Rightarrow T_f &= \frac{T_1 (C_{p,eau} + C) + T_2 \cdot C_{p,eau}}{C_{p,eau} + C_{p,eau} + C} \end{aligned}$$

2. On démontre l'équation d'après :

$$\begin{aligned} \Delta H &= \sum_i \Delta H_i = \sum_i C_{p,i} (T_{f,i} - T_{0,i}) = 0 \\ \Rightarrow C_{p,eau} (T_f - T_1) + C_{p,eau} (T_f - T_2) + C (T_f - T_1) &= 0 \\ \Rightarrow C (T_f - T_1) &= -C_{p,eau} (T_f - T_1) - C_{p,eau} (T_f - T_2) \\ \Rightarrow C &= -\frac{C_{p,eau} (T_f - T_1) + C_{p,eau} (T_f - T_2)}{T_f - T_1}, \quad \text{or } C_{p,i} = m_i \cdot c_{p,i}^m \\ \Rightarrow C &= -\frac{m_1 \cdot c_{p,eau}^m (T_f - T_1) + m_2 \cdot c_{p,eau}^m (T_f - T_2)}{T_f - T_1} \end{aligned}$$

IV – Analyse et interprétation

1. Les différents sous-systèmes et leurs températures sont présentés dans le tableau suivant :

Sous-système	Masse (g)	Température initiale (°C)	Température finale (°C)
(calorimètre)	$m = m_1 + m_2 = 280$	$T_0 = 22,9$	$T_f = 14,3$
1 (eau, masse m_1)	$m_1 = 100$	$T_1 = 22,9$	$T_f = 14,3$
2 (eau, masse m_2)	$m_2 = 180$	$T_2 = 8,9$	$T_f = 14,3$

2. On rappelle l'expression de la capacité thermique du calorimètre :

$$C = -\frac{m_1 \cdot c_{p,eau}^m (T_f - T_1) + m_2 \cdot c_{p,eau}^m (T_f - T_2)}{T_f - T_1}$$

On exprime alors l'incertitude :

$$\Delta C = \left| \frac{\partial C}{\partial m_1} \right| \Delta m_1 + \left| \frac{\partial C}{\partial m_2} \right| \Delta m_2 + \left| \frac{\partial C}{\partial T_1} \right| \Delta T_1 + \left| \frac{\partial C}{\partial T_2} \right| \Delta T_2 + \left| \frac{\partial C}{\partial T_f} \right| \Delta T_f$$

$$\Delta C = \left| c_{p,eau}^m \right| \Delta m_1 + \left| \frac{c_{p,eau}^m (T_f - T_2)}{T_f - T_1} \right| \Delta m_2 + \left| -c_{p,eau}^m \cdot m_2 \frac{(T_f - T_2)}{(T_f - T_1)^2} \right| \Delta T_1$$

$$+ \left| \frac{c_{p,eau}^m \cdot m_2}{(T_f - T_1)} \right| \Delta T_2 + \left| -c_{p,eau}^m \cdot m_2 \frac{T_2 - T_1}{(T_f - T_1)^2} \right| \Delta T_f$$

Application numérique :

$$C = 53,8 \pm 35,3 \text{ J.K}^{-1}$$

Avec les incertitudes suivantes :

$$\Delta m_1 = \Delta m_2 = \Delta m = 1 \text{ g} = 0,001 \text{ kg}$$

$$\Delta T_1 = \Delta T_2 = \Delta T_f = \Delta T = 0,1^\circ \text{C} = 0,1^\circ \text{K}$$

3. Les différents sous-systèmes et leurs températures sont présentés dans le tableau suivant :

Sous-système	Masse (g)	Température initiale (°C)	Température finale (°C)
(calorimètre)	$m = m'_1 + m_2 = 331$	$T_0 = 22$	$T'_f = 21,3$
1 (eau, masse m_1)	$m'_1 = 200$	$T_1 = 22$	$T'_f = 21,3$
2 (cylindre, masse m_2)	$M_2 = 131$	$T'_2 = 8,9$	$T'_f = 21,3$

Identification des différents cylindres :

On relève les masses des différents cylindres et connaissant leur volume, on en déduit la composition de chaque cylindre. $V = \pi \cdot (9,5 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 60 \cdot 10^{-3} = 1,7 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$. On calcule alors la masse volumique de

chaque cylindre et ainsi sa densité : $\rho = \frac{m}{V}$

Cylindre	Masse (g)	Densité	Matériau
1	131	7,7	Fer
2	22	1,3	Plexiglass
3	46	2,7	Aluminium
4	141	8,3	Cuivre
5	111	6,5	Zinc

On a donc déterminé la densité du plexiglass, qui est de 1,3.

4. On exprime la capacité thermique massique pour l'un des cylindres selon :

$$\Delta H = \sum_i \Delta H_i = \sum_i C_{p,i} (T_{f,i} - T_{0,i}) = 0$$

$$\Rightarrow C_{p,eau} (T_f - T_1) + C_{p,cylindre} (T_f - T_2) + C_{calo} (T_f - T_1) = 0$$

$$\Rightarrow C_{p,cylindre} (T_f - T_2) = -C_{p,eau} (T_f - T_1) - C_{calo} (T_f - T_1)$$

$$\Rightarrow C_{p,cylindre} = -\frac{C_{p,eau} (T_f - T_1) + C_{calo} (T_f - T_1)}{T_f - T_2}, \text{ or } C_{p,i} = m_i \cdot c_{p,i}^m$$

$$\Rightarrow c_{p,cylindre}^m = -\frac{m_1 \cdot c_{p,eau}^m (T_f - T_1) + C_{calo} (T_f - T_1)}{m_{cylindre} \cdot (T_f - T_2)}$$

5. On déduit alors la capacité massique de chaque cylindre :

Cylindre	Masse (g)	Température initiale eau (T ₁) (°C)	Température initiale cylindre (T ₂) (°C)	Température finale (T _f) (°C)	Capacité massique du cylindre (J.kg ⁻¹ .K ⁻¹)
1	131	22	8,9	21,3	381,8
2	22	22,9	7,7	22,5	1088,5
3	46	23	7,5	22,4	775,6
4	141	22,2	8	21,5	325,8
5	111	22,9	8,3	22,3	342,1

6. On calcule, pour la mesure de la capacité thermique massique de chaque cylindre, l'erreur relative d'après la formule :

$$e_{relative} = \left| \frac{v_{expérimentale} - v_{théorique}}{v_{théorique}} \right|$$

On obtient ainsi les erreurs relatives suivantes :

Cylindre	Capacité massique expérimentale (J.kg ⁻¹ .K ⁻¹)	Capacité massique théorique	Erreur relative de la capacité massique expérimentale
1	381,8	444	14 %
2	1088,5	1000 — 1200	8,8 % — 9,3 %
3	775,6	897	13,5 %
4	325,8	377	13,6 %
5	342,1	380	9,9 %

7. On déduit les capacités thermiques molaires d'après la formule :

$$m \cdot c_{p, cylindre}^m = n \cdot c_{p, cylindre}^n \Leftrightarrow c_{p, cylindre}^n = \frac{m}{n} \cdot c_{p, cylindre}^m = M \cdot c_{p, cylindre}^m$$

Cylindre	Masse molaire	Capacité massique expérimentale (J.kg ⁻¹ .K ⁻¹)	Capacité molaire expérimentale (J.kg ⁻¹ .K ⁻¹)	Capacité massique théorique (J.kg ⁻¹ .K ⁻¹)	Capacité molaire théorique (J.kg ⁻¹ .K ⁻¹)
1	55,8 g/mol	381,8	21,3	444	24,8
2	100 g/mol	1088,5	108,9	1000 — 1200	100 — 120
3	27 g/mol	775,6	20,9	897	24,2
4	63,5 g/mol	325,8	20,7	377	23,9
5	65,4 g/mol	342,1	22,4	380	24,9

8. D'après la loi de Dulong-Petit, la capacité calorifique molaire des éléments solides devrait avoisiner les 3R, soit 25 J.K⁻¹.mol⁻¹.

Cette loi est en effet liée au théorème d'équipartition de l'énergie. Considérons un solide présentant 3 degrés de vibrations et 3 degrés d'interaction. Son énergie interne est alors exprimée par le théorème d'équipartition de l'énergie selon :

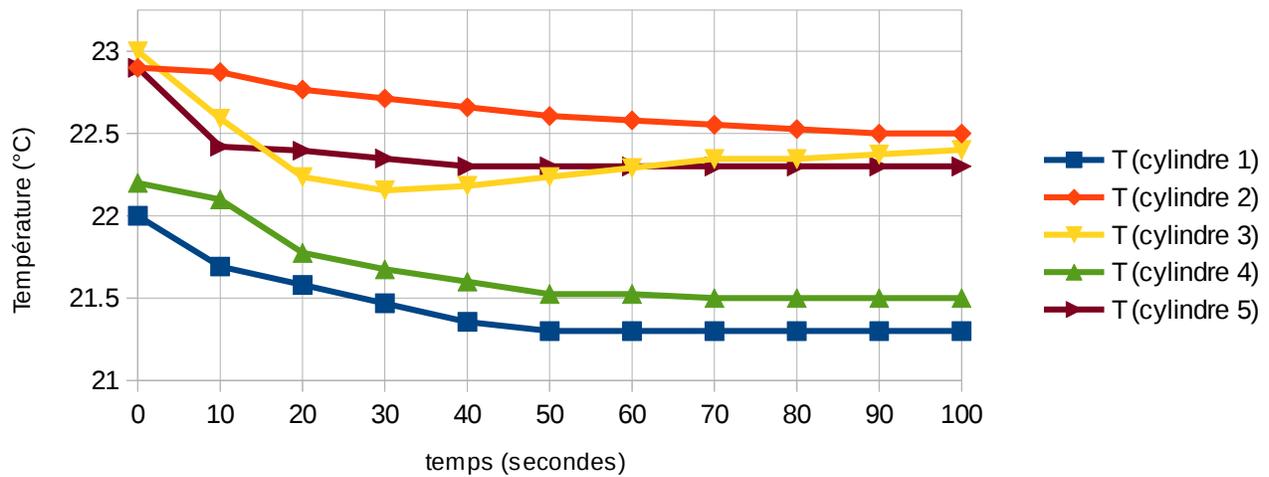
$$U = N \cdot 6 \cdot \frac{1}{2} \cdot k_B \cdot T, \text{ de plus : } U = C \cdot T = n \cdot c^{mol} \cdot T \text{ et } N \cdot k_B = n \cdot R \text{ et donc :}$$

$$\Rightarrow 6 \cdot \frac{1}{2} \cdot n \cdot R \cdot T = n \cdot c^{mol} \cdot T \Leftrightarrow 3 \cdot R = c^{mol}$$

9. On calcule : $3 \cdot R = 3 \cdot 8,314 = 25 \text{ J.K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$

On observe que la loi de Dulong-Petit est respectée pour les métaux (les valeurs des capacités thermiques molaires sont très proches de 25 J.K⁻¹.mol⁻¹). Pourtant, ce n'est pas le cas du plexiglass, dont la capacité thermique molaire est de 100 — 120. En effet, la loi de Dulong-Petit présente des exceptions pour les solides de faible densité, comme c'est le cas du plexiglass (densité de 1,3, considérablement plus faible que celle des autres cylindres).

10. D'après les relevés effectués, on trace les courbes suivants, représentant l'évolution de la température dans le calorimètre pour chacun des cylindres :



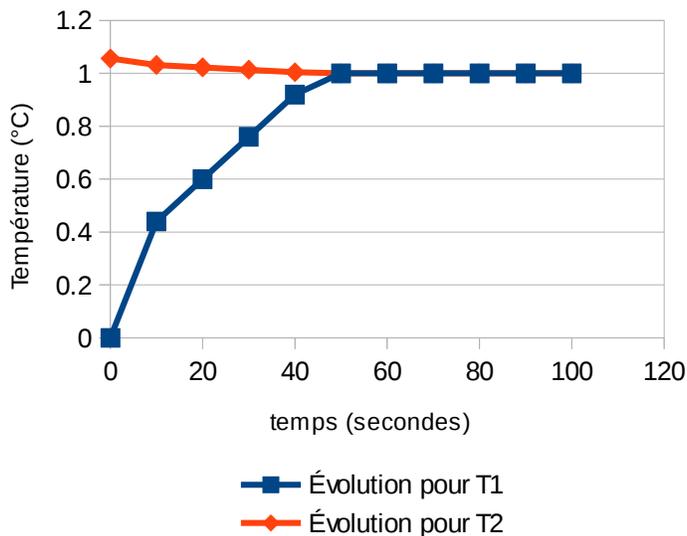
Afin de comparer les courbes, on trace également $\frac{T - T_i}{T_f - T_i}$ en fonction du temps pour chaque

cylindre : voir annexe. On constate sur ces courbes que la variation de température est plus ou moins forte et plus ou moins rapide pour les différents cylindres. On constate ainsi que le cylindre est l'élément principal dont dépend l'évolution de la température. En particulier, sa capacité thermique massique et donc le matériau composant le cylindre joue un rôle important.

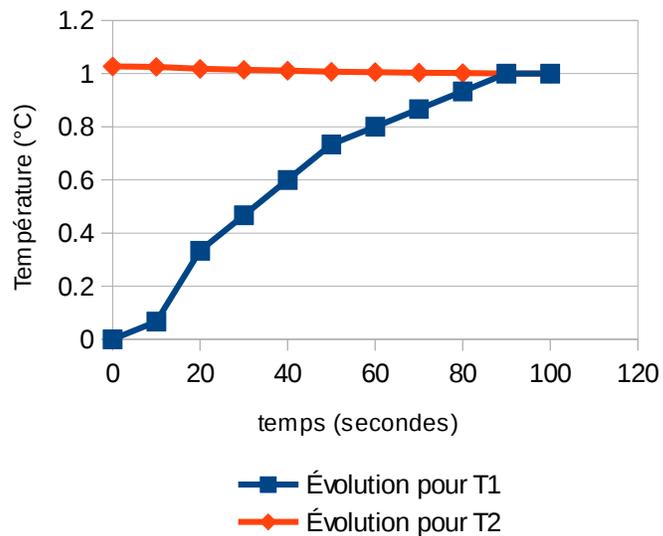
On constate ici que les matériaux à la plus grande capacité thermique massique sont les plus longs à recevoir la chaleur du liquide (il faut en effet leur fournir plus d'énergie pour élever leur température d'un degré), comme c'est le cas du plexiglass ou de l'aluminium. Les métaux tels que le cuivre, le fer ou le zinc, aux capacités thermiques massiques plus faibles, atteignent plus rapidement la température finale.

Annexe

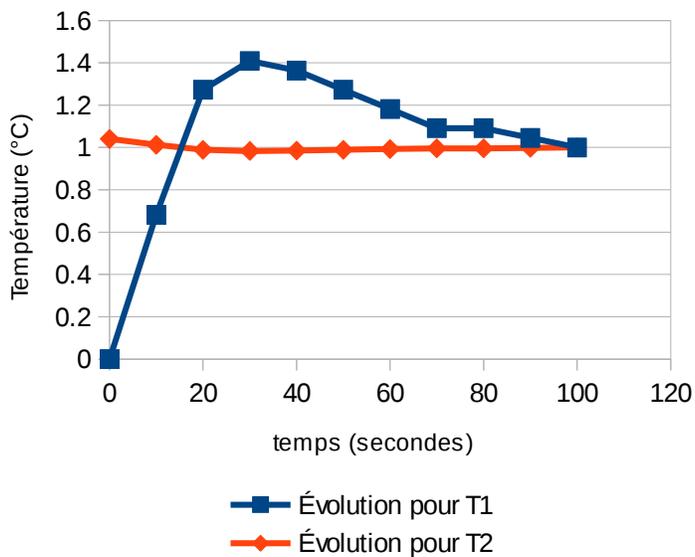
Cylindre 1



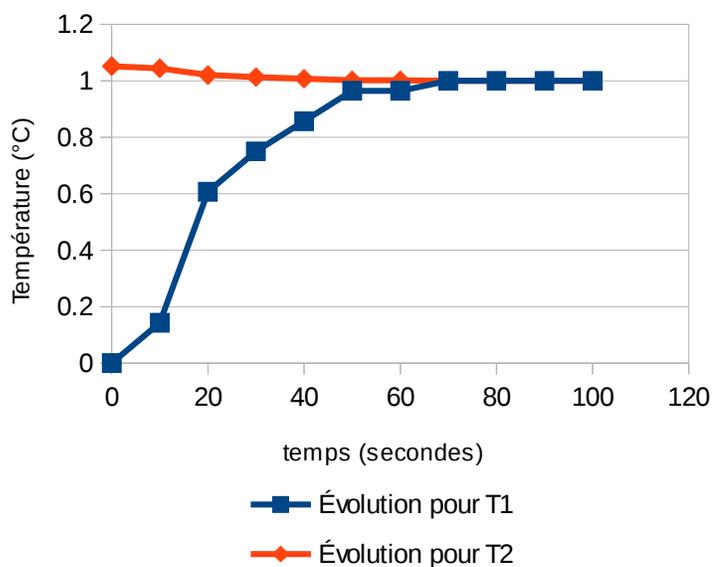
Cylindre 2



Cylindre 3



Cylindre 4



Cylindre 5

