TP Mesure de γ

II – Travail préparatoire

1. On rappelle la loi de Laplace pour les gaz parfaits. Au cours d'une transformation isentropique d'un gaz parfait, on a les relations :

$$P \cdot V^{\gamma} = C_1$$

$$T \cdot V^{\gamma - 1} = C_2$$

$$T^{\gamma} \cdot P^{1-\gamma} = C_3 = C_1^{1-\gamma} \cdot C_2^{\gamma}$$

avec :

- P la pression du gaz (Pa)
- V le volume du gaz (m^3)
- T la température du gaz (K)
- $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ le coefficient de Laplace du gaz (sans unité), C_p et C_v les capacités thermiques à pression constante et volume constant, respectivement ($J.K^{-1}$)
- C_1, C_2 et C_3 des constantes durant la transformation envisagée

La loi de Laplace n'est valable que dans l'hypothèse où le processus est isentropique, donc qu'il s'agit d'une transformation réversible et adiabatique (sans transfert de chaleur).

2. Une transformation entre deux états d'équilibre infiniment voisins est dite quasi-statique. Si ces équilibres sont naturels, la transformation est de plus qualifiée de réversible.

3. Si une transformation est rapide, les échanges de chaleur entre le système et l'extérieur peuvent être considérés comme nuls.

4.On cherche à déterminer la valeur de la surpression dans la bouteille sachant que le manomètre affiche des hauteurs h_1=5 mm et h_2=-5 mm, le point 1 étant en contact avec l'air. On a alors :

$$P_2 = P_1 + \rho \cdot g \cdot (h_1 - h_2)$$

$$\Rightarrow P_2 = 101325 + 1000 \cdot 9.81 \cdot (5 \cdot 10^{-3} + 5 \cdot 10^{-3}) = 101423 \ Pa = 1{,}01423 \ hPa$$

$$\Rightarrow P_{surpression} = P_2 - P_1 = \rho \cdot g \cdot (h_1 - h_2) = 1000 \cdot 9.81 \cdot (5 \cdot 10^{-3} + 5 \cdot 10^{-3}) = 98{,}1 \ Pa = 0{,}000981 \ hPa$$

La pression dans le ballon est donc de 1,01423 hPa et la différence de pression avec l'atmosphère est de 0,000981 hPa.

III – Partie expérimentale

1. On estime les temps caractéristiques pour chaque étape de l'expérience :

- ouverture du robinet : environ 3 s (plutôt rapide)
- variation de la pression : environ 23 s (plutôt lent)

2. D'après ces temps caractéristiques, on déduit que la première étape (ouverture du robinet) ne permet pas d'échange de chaleur, puisqu'il s'agit d'une transformation rapide. La seconde étape (variation de la pression) est au contraire une transformation plutôt lente : on peut donc supposer qu'elle permet les échanges de chaleur.

3. En considérant que les surpressions sont faibles par rapport à la pression atmosphérique on peut qualifier cette étape de quasi-statique. S'agissant d'équilibres naturels, elle est de plus réversible. Par ailleurs, cette étape étant rapide, on considère que la température ne varie pas (transformation adiabatique) : on peut donc appliquer la loi de Laplace.

<u>IV – Analyse et Interprétation</u>

1. On reporte les mesures de γ dans le tableau suivant :

Mesure	**Surpression initiale (Pa)**	**h1 initiale (cm)**	**h2 initiale (cm)**	**Surpression finale (Pa)**	**h1 finale (cm)**	**h2 finale (cm)**	**γ**
1	1687	8,6	-8,6	294	1,5	-1,5	1,21
2	1648	8,4	-8,4	275	1,4	-1,4	1,20
3	1687	8,6	-8,6	294	1,4	-1,4	1,21
4	1727	8,8	-8,8	294	1,4	-1,4	1,21
5	1746	8,9	-8,9	294	1,5	-1,5	1,20

On calcule les surpressions d'après la formule :

$$P_2 = P_1 + \rho \cdot g \cdot (h_1 - h_2)$$
$$\Rightarrow P_{surpression} = P_2 - P_1 = \rho \cdot g \cdot (h_1 - h_2)$$

avec P_1 la pression au niveau de h_1 et P_2 la pression au niveau de h_2.

De plus, on calcule γ d'après :

$$p_2 = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \cdot p_1 \Leftrightarrow \gamma \cdot p_2 = \gamma \cdot p_1 - p_1 \Leftrightarrow \gamma \, (p_1 - p_2) = p_1 \Leftrightarrow \gamma = \frac{p_1}{p_1 - p_2}$$

avec p_1 la surpression initiale et p_2 la surpression finale.

2. Sur l'appareil, on relève que la précision des relevés est de 0,2 cm. On évalue alors l'incertitude sur les valeurs de surpressions (on admet que les valeurs de ρ et g ne sont soumises à aucune imprécision) :

$$\Delta \; P_{surpression} = |\rho \cdot g| \cdot \Delta \; h_1 + |\rho \cdot g| \cdot \Delta \; h_2 = 2 \times |\rho \cdot g| \cdot \Delta \; h = 39{,}2 \; Pa$$

3. On effectue la moyenne arithmétique des n différentes valeurs de γ :

$$\gamma_{moyen} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} \gamma_k = \frac{1{,}21 + 1{,}20 + 1{,}21 + 1{,}21 + 1{,}20}{5} = 1{,}206$$

On évalue alors l'incertitude sur chaque valeur de γ :

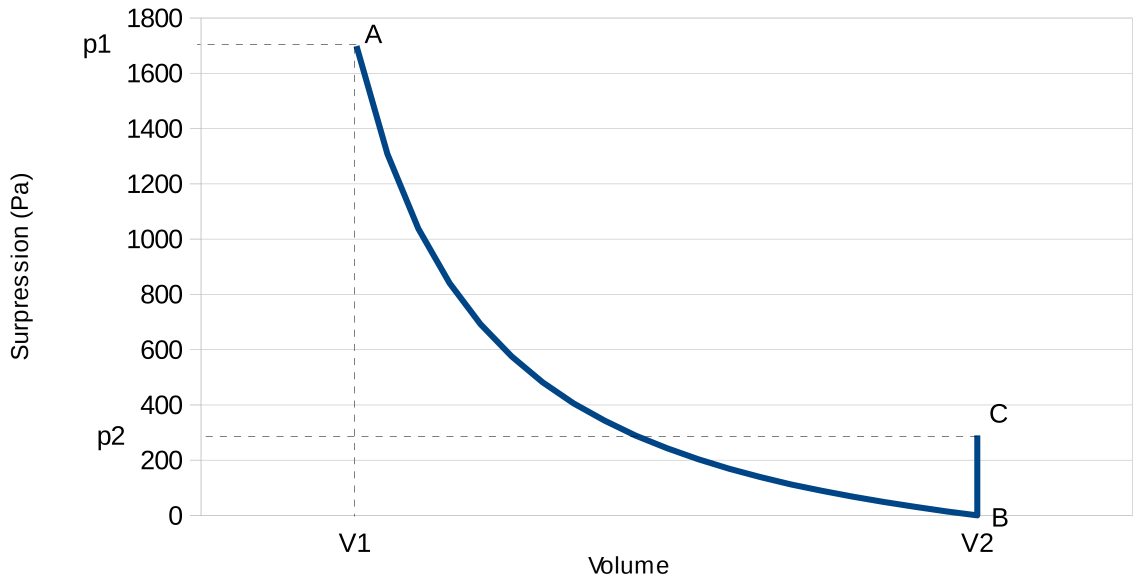
$$\Delta \; \gamma = \left| \frac{-p_2}{(p_1 - p_2)^2} \right| \Delta \; p_1 + \left| \frac{p_1}{(p_1 - p_2)^2} \right| \Delta \; p_2 = \left(\left| \frac{-p_2}{(p_1 - p_2)^2} \right| + \left| \frac{p_1}{(p_1 - p_2)^2} \right| \right) \Delta \; P_{surpression}$$

On calcule ainsi Δγ pour chaque mesure et on retient Δγ le plus défavorable :

$$\Delta \; \gamma = 0{,}040 \;\; et \;\; donc \;\; :$$
$$\gamma = 1{,}206 \pm 0{,}040$$

4. On trace les différentes étapes de l'expérience sur un diagramme (V, p) :

- Entre A et B : ouverture du robinet jusqu'à ce-que la surpression devienne nulle.
- Entre B et C : évolution de la surpression dans la bouteille (close).

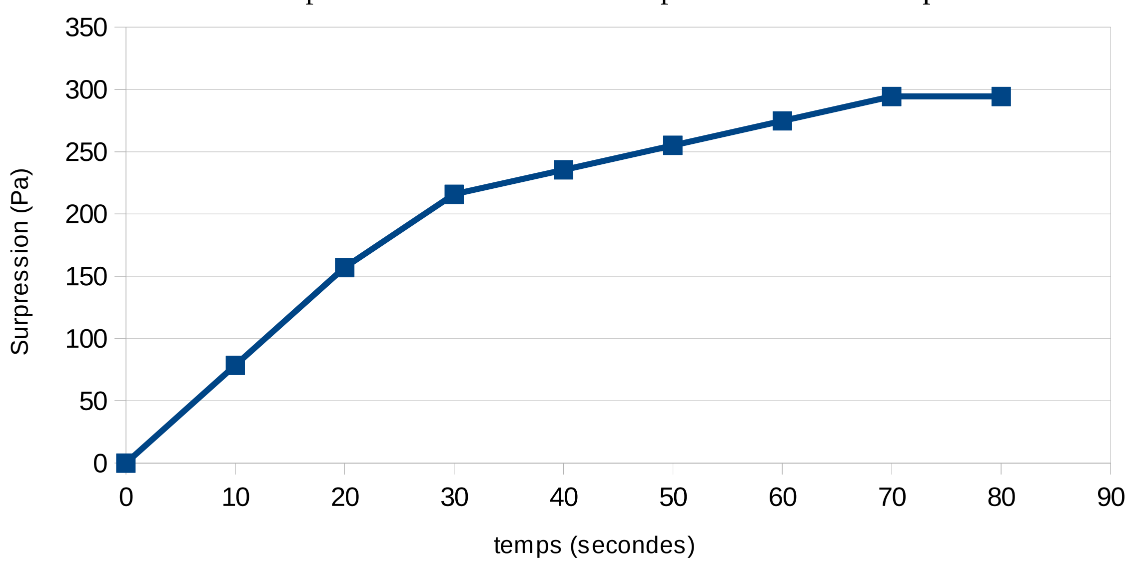


On caractérise chaque transformation :

- Entre A et B : transformation rapide(sans échange de chaleur), faibles surpressions qui sont une succession d'états naturels : transformation réversible. On a ainsi une transformation isentropique. La température demeure constante.
- Entre B et C : transformation lente (qui permet les échanges de chaleur) : c'est une transformation quasi-statique. La température varie.

Pour les températures : $T_A = T_B \neq T_C$

5. On trace l'évolution de la surpression en fonction du temps relevée lors de la première mesure de γ :

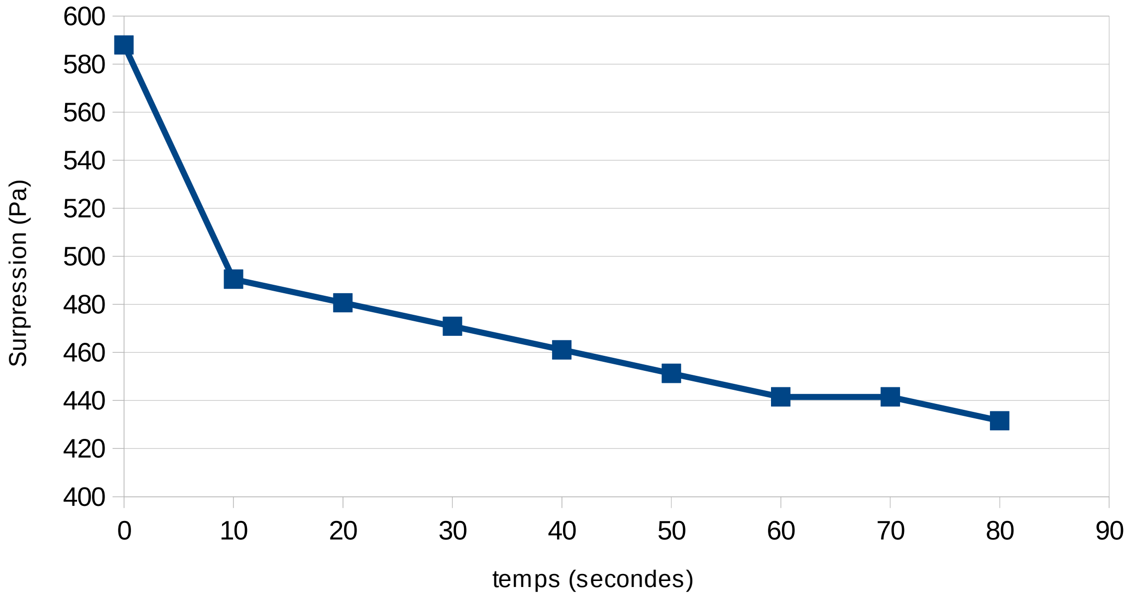


On modélise l'évolution de la surpression par une fonction exponentielle de la forme :

$f(x) = p_{max} \cdot e^{-x/\tau}$ avec p_{max} = 294 Pa et τ = 26 s.

L'écart relatif entre les valeurs issues de la modélisation et les valeurs observées est alors inférieur à 10 %.

6. On trace alors l'évolution de la surpression lors de la mesure des fuite dans le système :



On ne peut évidemment pas utiliser de modélisation exponentielle pour ces données.

7. On constate que durant le temps de stabilisation de la surpression dans l'expérience, les fuites peuvent représenter jusqu'à 588 – 431 = 157 Pa de différence. On considère alors ΔP non-plus égal à 39,2 Pa mais à 157 + 39,2 = 196,2 Pa (cas le plus défavorable).

On évalue à nouveau l'incertitude sur chaque valeur de γ :

$$\Delta \gamma = \left(\left| \frac{-p_2}{(p_1 - p_2)^2} \right| + \left| \frac{p_1}{(p_1 - p_2)^2} \right| \right) \Delta P$$

On calcule ainsi Δγ pour chaque mesure et on retient Δγ le plus défavorable :

$\Delta \gamma = 0{,}20 \ et \ donc \ :$

$\gamma = 1{,}206 \pm 0{,}20$

Le nouveau Δγ est effectivement considérable devant la valeur de γ : les fuites jouent donc un rôle important !

8. La valeur théorique de γ pour l'air est : 1,4. On compare alors les mesures effectuées avec cette valeur théorique :

Mesure	**γ**	**Erreur relative**
1	1,21	13,57 %
2	1,20	14,29 %
3	1,21	13,57 %
4	1,21	13,57 %
5	1,20	14,29 %

9. En effet, cette expérience semble réalisable avec une dépression. Au lieu d'une poire permettant d'injecter une surpression, on va utiliser une poire permettant d'aspirer l'air de la bouteille : on créé ainsi une dépression.

10. Du gaz semble effectivement s'échapper de l'enceinte au moment de l'ouverture du robinet.
Ce gaz peut à priori être négligé dans le traitement théorique, vu que le volume échappé de l'enceinte semble négligeable devant la volume total de l'enceinte (20 L).

Durant l'ouverture du robinet, on peut appliquer la loi de Laplace et en particulier :

$$P_0 \cdot V_0^\gamma = C_1 = P_f \cdot V_f^\gamma \Leftrightarrow V_f^\gamma = \frac{P_0}{P_f} \cdot V_0^\gamma \Leftrightarrow e^{\gamma \cdot \ln\left(V_f\right)} = \frac{P_0}{P_f} \cdot V_0^\gamma$$

$$\Rightarrow \gamma \cdot \ln\left(V_f\right) = \ln\left(\frac{P_0}{P_f} \cdot V_0^\gamma\right) \Rightarrow \ln\left(V_f\right) = \frac{\ln\left(\frac{P_0}{P_f} \cdot V_0^\gamma\right)}{\gamma}$$

$$\Rightarrow V_f = e^{\frac{\ln\left(\frac{P_0}{P_f} \cdot V_0^\gamma\right)}{\gamma}} = 20{,}23 \ L$$

On a donc 23 cL de gaz de différence, soit aux alentours de 1 % du volume de l'enceinte : on peut donc tout à fait négliger la différence de volume de gaz.

11. La deuxième étape est plus lente car l'équilibre thermique met un certain temps à se mettre en place, ce-qui conditionne l'évolution de la pression. De plus, un certain temps est nécessaire pour homogénéiser le gaz à l'intérieur de l'enceinte. La première étape correspond à l'enlèvement d'une contrainte, à laquelle le gaz réagit plus rapidement que la mise en place d'une contrainte.

12. Il est préférable d'attendre 30 secondes après l'introduction de la surpression initiale d'une particulier pour atteindre l'équilibre thermique avec l'extérieur et donc de pouvoir effectuer la mesure de γ à température constante et d'autre part, pour homogénéiser le gaz à l'intérieur de l'enceinte.